Мы показываем аналитически, что ω — комплекс восьмого порядка. Далее мы доказываем следующим образом геометрически, что ω распадается на два комплекса четвертого порядка.

а) Пусть α произвольная плоскость и P — лежащая в ней точка. Если q_1 прямая в α через P, то все прямые комплекса ω_1, пересекающие q_1 и перпендикулярные к ней, образуют гиперболоид (λ_1), которому принадлежит также прямая $\bar{q}_1$, сопряженная прямой q_1 относительно комплекса ω_1. Прямые комплекса ω_2, соответствующие прямым гиперболоида (λ_1), образуют тоже гиперболоид (λ_2), которому принадлежат и прямые $q_2=\varphi(q_1)$, $\bar{q}_2=\varphi(\bar{q}_1)$.

б) (λ_2) пересекает q_1 в двух точках A_2, B_2, через которые проходят образующие a_2, b_2 гиперболоида (λ_2). Этим прямым соответствуют в ω_1 две прямые, пересекающие q_1 в точках A_1, B_1 под прямым углом.

в) Перпендикулярные к прямой q_1 плоскости пересекают q_2 и $\bar{q}_2$ в двух точках, соединительные прямые которых образуют гиперболоид (μ_2). Последний пересекает q_1 в точках R_2, T_2, которым соответствуют в проективном к (μ_2) гиперболоиде (μ_1) точки R_1, T_1 на q_1.

г) Прямая $q_1=A_1PA_2$ является в том случае прямой комплекса ω через P в α, когда одна из точек A_2, B_2 совпадает с одной из точек R_2, T_2. Пары точек A_1B_1; R_1T_1; A_2B_2; R_2T_2 описывают четыре конические сечения $k_{A_1B_1}$, $k_{R_1T_1}$, $k_{A_2B_2}$, $k_{R_2T_2}$ при вращения q_1 вокруг P в α. Пусть $k_{A_1B_1}$ и $k_{R_1T_1}$ пересекаются в точках L_1, M_1, N_1, P_1. Прямые PL_1, PM_1, PN_1, PP_1 будут проходить и через точки пересечения конических сечений $k_{A_2B_2}$ и $k_{R_2T_2}$ и будут принадлежать комплексу ω. Таким образом мы получаем четыре прямые комплекса ω в α через P.

Если мы повторим те же рассуждения относительно α, P и ω_2, то мы получим еще четыре прямые комплекса ω в α через P. Таким образом получаются две независимые четверки прямых комплекса ω в α через P.

В дальнейшем мы выводим некоторые геометрические свойства комплекса ω, связанные с поверхностью Клебша четвертого порядка.

В работе даны аналитические и геометрические рассмотрения в частном случае, когда ω_1 и ω_2 вырождающиеся линеарные комплексы с осями

$$x=1,\ y=1;\quad x=y,\ y=z,$$

а проективная трансформация φ задана уравнениями

$$\xi=\frac{y}{z},\ \eta=\frac{x}{z},\ \xi=\frac{1}{z}.$$

ТАГАМЛИЦКИЙ, Я. А. Неразложимые элементы и их приложения. Большие успехи абстрактного функционального анализа давно уже нашли всеобщее признание. При всем этом распространено мнение, что несмотря на общность, истинные ценности математической мысли заключаются в специальных вопросах классической математики, что классические методы достаточны в пределах классической математики, и что как правило абстрактные теории не дают ничего другого, кроме того, что уже открыто другим путем.

Приблизительно с 1948 г. мы стремились разработать такие методы абстрактного функционального анализа, которые и в области классического анализа могли бы быть систематически полезны [1]. Для этих целей происходящее от Минковского [2] и примененное С. Бернштейном, Боголюбовым, Крыловым, Гельфандом, Райковым, Б. Надем и другими понятие крайней точки выпуклого множества кажется особенно подходящим. Известно, что после важной теоремы Крейна и Мильмана [9] это понятие приобрело большое значение. Необходимо однако отметить, что теорема Крейн-Мильмана доказана при помощи теоремы Цермело. Далеко идущие возможности методов крайних точек в другом направлении классического анализа были выяснены в выдающейся работе П. Розенблюма [3].

Наши исследования основываются на следующей теореме [4], которая доказывается без помощи трансфинитной индукции и без помощи теоремы Цермело:

Если регулярный* конус K компактен относительно некоторой нормы $P(x)$ и содержит неисчезающие элементы, то он содержит также неразложимые элементы, т. е. такие неисчезающие элементы f, для которых из $f=g+h$, $g \in K$, $h \in K$ и $P(f)=P(g)+P(h)$ следует, что g и h колинеарны и одинаково направлены. Пусть далее некоторый выпуклый, компактный относительно нормы $Q(x)$ конус L содержится в K. В таком случае если все неразложимые элементы f конуса K лежат в L и удовлетворяют условию $Q(f) \leqq P(f)$, то конусы совпадают и $Q(f) \leqq P(f)$ при всех $x \in K$.

Эту теорему будем кратко называть теоремой о конусах. Приложения мы распределим следующим образом:

1. Доказательства известных теорем.
При помощи теоремы о конусах однообразно доказываются следующие теоремы, причем их общая природа выступает в новом освещении: теорема Ф. Рисса о линейных функционалах в $C[a, b]$ с ее уточнением, относящимся к положительным функционалам; общая теорема Хаусдорфа о моментах с её уточнением в случае позитивных моментов; теоремы Гамбургера и Стильтйеса о моментах; теорема Ф. Рисса о моментах; теорема Бохнера об интегралах Фурье и теооема Крамера; теорема Бляшке-Пика о выпуклых функциях и её обобщения относительно выпуклости любого порядка; теорема Бернштейна об абсолютно монотонных функциях в конечном интервале, его же теорема об абсолютно монотонных функциях в бесконечном интервале и обобщение Видера.

2. Теоремы найденные при помощи теоремы о конусах, для которых найдены и непосредственные доказательства.

Теорема о разложении некоторого класса функций в обобщенный ряд Абеля [5], теорема об интерполяционном ряде Ньютона с

---

* Относительно определений, необходимых для понимания, см. [4].

неотрицательными коэффициентами [6], теорема Д. Добрева о полунормах в плоскости.

3. Теоремы найденные при помощи теоремы о конусах, для которых другие доказательства пока не известны.

Теорема об абсолютно сходящихся рядах Гончарова, узлы которых монотонно возрастают; теорема Б. Сендова о регулярно монотонных функциях [7].

В заключение заметим, что нормированный конус со счетной координатной системой можно всегда таким образом дополнить до компактного конуса, что компактная оболочка будет удовлетворять всем условиям первой части теоремы о конусах и, следовательно, будет иметь неразложимые элементы. Таким образом мы естественно приходим к некоторому обобщению понятия функции, при котором можно как и у Л. Шварца дифференцировать любое число раз. Эти обобщенные функции, которые мы будем называеть псевдофункциями, можно рассматривать как специальные распределения Шварца или Микушинского, при которых некоторые нормы остаются конечными. Псевдофункции составляют линейные пространства, в которых имеет место теорема о конусах и некоторый аналог теорем Хелли. Функции Дирака и их производные являются неразложимыми элементами соответствующих пространств [8]. Эти вопросы успешно дополнил и развил дальше Ив. Тодоров.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Тагамлицкий, Годишник на Софийския университет, т. **44** (1947—48), стр. 317—355.
2. H. Minkowski, Gesammelte Abhandlungen, Bd II, S. 131—229.
3. P. Rosenbloom, Bull.de la Soc. Math; de France, t. **79** (1951), p.. 1—58, t. **80** (1952), p. 182—215.
4. Я. Тагамлицкий, Годишник на Софийския университет, т. **48** (1953—54), стр. 69—84.
5. Я. Тагамлицкий, Годишник на Софийския университет, т. **46** (1949—50), стр. 385—443.
6. Я. Тагамлицкий, ДАН СССР, т. **87** (1952), стр. 183—186.
7. Б. Сендов, ДАН СССР т. **110** (1956).
8. Я. Тагамлицкий, Годишник на Софийския университет, т. **49** (1954—55), ч. I, стр. 34—48 и т. **49** (1954—55), ч. II, стр. 41—54.
9. M. Krein und D. Milman, Studia Math., Bd. **9** (1940), S. 133—138.

ТОДОРОВ, ИВ. Т. Пространства псевдофункций и приложение к теории линейных дифференциальных операторов. В этой работе, при помощи теоремы Я. Тагамлицкого [1] о существовании компактных оболочек, изучается класс пространств, являющихся обобщением пространств S_0^{∞}, рассмотренных в [1].

Рассматривается компактная оболочка S_θ пространства непрерывных на конечном отрезке $[a, b]$ функций относительно нормы

$$P(f)=\int_a^b |f(x)|\,dx$$