Съществуване на ориентируема покриваща за многообразие без особености.

Я. Тагамлицки

За да не усложняваме изложението ние ще извършим разсъжденията върху един пример. Тези разглеждания обаче имат обща валидност.

Нека едно многообразие в пространството (x,y) е зададено с атлас от карти с параметри без особености, например

$$(1) \qquad \left| \begin{array}{l} F_1(x,y,z)=0 \\ G_1(x,y,z)=0 \end{array} \right. , \qquad \left| \begin{array}{l} F_2(x,y,z)=0 \\ G_2(x,y,z)=0 \end{array} \right. , \qquad \begin{array}{l} \ldots \\ \ldots \end{array}$$

Ние ще покажем, че този атлас може да бъде заменен с една единствена карта без особености, която има същата графика в пространството (x,y), като за целта ще увеличим брой на параметрите с единица.

Първо да разгледаме случая, когато картите на атласа (1) са краен брой и да означим с n тяхния брой. Нека

$$L(t)=(t-t_1)(t-t_2)\ldots(t-t_n)$$

е полином от n-та степен с n прости нули $t_1, t_2, \ldots, t_n$ и нека

$$L_\nu(t) = \frac{L(t)}{(t-t_\nu)L'(t_\nu)},$$

Тогава картата

$$\Big[1+(F_1-1)L_1\Big]\Big[1+(F_2-1)L_2\Big]\ldots = 0$$

$$\Big[1+(G_1-1)L_1\Big]\Big[1+(G_2-1)L_2\Big]\ldots = 0$$

има същата графика в пространството (x,y), както (1) и няма особености, както това се вижда непосредствено.

Ако картите на атласа (1) са безбройно много, то можем да смятаме въз основа на теоремата на Линдельоф, че тяхното множество е изброимо. В такъв случай използваме произведението на Вайерщрас.