1972 г.

Едно обобщение на фурмулата на Стокс

Я.Тагамлицки

Да означим с

$$F_1, F_2, \dots F_p$$

функции,които имат непрекъснати частни производни в някое отворено множество V на евклидовото пространтство с $p+k$ измерения.Стойностите на тези функции са реални числа.Да Разгледаме интеграла

$$J_{F_1 F_2 \dots F_p}(Q)=\int\dots\int_{R_k} Q(t_1,\dots t_{p+k})\,\frac{dt_{\mu_1}\dots dt_{\mu_k}}{\left|\dfrac{D(F_1,F_2,\dots F_p)}{D(t_{\lambda_1},t_{\lambda_2},\dots t_{\lambda_p})}\right|}$$

където с R_k е означено евклидовото пространство с k измерения,а $t_{\lambda_1}, t_{\lambda_2}, \dots, t_{\lambda_p}$ се определят като функции на $t_{\mu_1}, t_{\mu_2}, \dots t_{\mu_k}$ от уравненията

$$(1)\quad \begin{aligned} &F_1(t_1,t_2,\dots t_{k+p})=0\\ &F_2(t_1,t_2,\dots t_{k+p})=0\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\ &F_p(t_1,t_2,\dots t_{k+p})=0 \end{aligned}$$

Ако A е точка,която удовлетворява уравненията (1),за която

$$\frac{D(F_1,F_2,\dots,F_p)}{D(t_{\lambda_1},t_{\lambda_2},\dots t_{\lambda_p})}\neq 0,$$

то $J_{F_1 F_2 \dots F_p}$ има смисъл за всяка финитна функция Q чийто носител се съдържа в подходяща околност на точката A. Стойността на интеграла $J_{F_1 F_2 \dots F_p}(Q)$ не зависи от избора на индексите $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_p$. Това обстоятелство ни дава възможност да разширим по очевиден начин дефиницията на $J^{M}_{F_1 F_2 \dots F_p}(Q)$ за произволна непрекъсната функция Q дефинирана върху компактно подмножество M на V ,което не съдържа особени точки на многообразието определено от (1) . За тази цел извършваме разлагане на единицата.

Оттук нататък ще предполагаме, че функциите $F_1, F_2, \ldots F_p$ притежават непрекъснати частни производни от втори ред. Нека $G_1, G_2, \ldots G_s$ са функции, дефинирани в V, които също тъй имат производни от втори ред и да допуснем, че множеството M от точките на V, които удовлетворяват равенствата (1) и неравенствата

$$G_1(t_1, t_2, \ldots t_{p+k}) \geqq 0$$

$$G_2(t_1, t_2, \ldots t_{p+k}) \geqq 0$$

$$- - - - - - - -$$

$$G_s(t_1, t_2, \ldots t_{p+k}) \geqq 0$$

е компактно.

Най-сетне нека преобразуваме M в множеството N с помощта на изображението

$$x_1 = f_1(t_1, \ldots t_{p+k})$$

$$- - - - - - - - -$$

$$x_n = f_n(t_1, \ldots t_{p+k})$$

което е два пъти диференцуема в V и да означим с $P(x_1, x_2 \ldots x_n)$ функция, която има непрекъснати частни производни в някое отворено множество W, което съдържа N. С M_α ще означим множеството на онези точки от M, за които $G_\alpha = 0$. При тези означения имаме

$$\sum_{\nu=1}^{n} \mathfrak{J}_{F_1 \ldots F_p}^{M} \left(\frac{\partial P}{\partial x_\nu} \frac{D(f_\nu, F_1, \ldots F_p, f_{\alpha_1}, \ldots f_{\alpha_{k-1}})}{D(t_1, t_2 \ldots \ldots t_{p+k})} \right) =$$

$$= - \sum_{\sigma=1}^{s} \mathfrak{J}_{G_\sigma F_1 \ldots F_p}^{M_\sigma} \left(P \frac{D(G_\sigma, F_1, \ldots F_p, f_{\alpha_1}, \ldots f_{\alpha_{k-1}})}{D(t_1, t_2 \ldots \ldots t_{p+k})} \right)$$

при следните предположения

1. M не съдържа особени точки на многообразието (1)

2. M_μ не съдържа особени точки на сечението на многообразието (1) с $\varphi_\mu = 0$.

3. Сечението $M_{\mu_1} \cap M_{\mu_2}$ има мярка нула при $\mu_1 \neq \mu_2$ относно $J_{F_1 \dots F_p}$ и $J_{\varphi_\mu F_1 \dots F_p}$ при $\mu = 1,2, \dots S$.